

Статистический анализ карточной игры „Soliter-Spider“

А.Ф.Певзнер

Условные обозначения

N	- количество выигранных игр или выборка
T	- общее количество сыгранных игр или наблюдения
T_v	- число наблюдаемых проигрышей
K	- процент выигрышей в общей сумме сыгранных игр или квота
ξ	- математическое ожидание или центр распределения выигранных за одну игру очков
ξ_m	- мода или количество пунктов, набираемых при выигрышах наибольшее число раз
ξ_v	- математическое ожидание числа наблюдаемых проигрышей
σ	- среднеквадратичное отклонение (стандарт)
σ_a	- среднее абсолютное отклонение
D_ξ	- дисперсия
R	- размах выборки или разница между \max и \min количеством очков в выборке, которые можно набрать за одну игру
KI	- доверительный интервал или интервал содержащий 95% выборки
VI	- полный интервал (размах)
s	- шаг выборки (интервал группирования результатов выборки) $s=10$
Ось абсцис „X“	- величины выигрышей (от 0 до 1300)
Ось ординат „L“	- количество случаев появления таких значений в выборке
γ_2	- коэффициент эксцесса
γ_1	- коэффициент асимметрии
μ_r	- центральный момент порядка „r“
α_r	- момент порядка „r“
K_v	- коэффициент вариации
$\&$	- Пирсоновская мера асимметрии
$\Gamma(\alpha)$	- γ -функция
Δx_i	- ширина интервала группирования все интервалы равны между собой
$p_j(x)$	- относительные частоты (вероятности) попадания в j -тый интервал
n_i	- количество случаев попадающих в интервал Δx_i (частная выборка)
C	- const, постоянный множитель
ε	- коэффициент перекрытия при аппроксимации

Предисловие

Всё началось с установки на моём компьютере „Windows-Millennium“. В нём, вместе с обычной игрой „Soliter“, была и игра „Soliter-Spider“. „Spider“ очень увлёк меня. Это было во второй половине 2006 года. До конца года я смог выиграть только $N = 5$ из более, чем $T=100$ наблюдений, что составило квоту около $K = 3\%$.

$$(0.1) \quad K = N / T \text{ A } 100\%$$

В 2007 году мне удалось выиграть $N = 59$ раз и процент выигрышей поднялся до $K = 4,5\%$, среднее арифметическое $\xi=1044$ и мода $\xi_m = 1070$, (**Таб. 0.1** и **Граф.0.1**).

В 2008 году было уже $N = 144$ выигрыша и квота выигрышей поднялась до $K = 6\%$ при $\xi = 1050$ и $\xi_m = 1060$, (**Таб.0.1** и **Граф.0.2**).

В Феврале 2009 - $T=2866$, $N=223$, т.е. $K > 7\%$.

В Марте 2009 - $T=3000$, $N=240$ и $K > 8\%$

К Июлю 2009 получилась уже такая большая выборка, что возникло желание её математически обработать. Данные за 2009 год, вошедшие в расчёты (до $N=192$) приведены в **Таб.0.1** и на **Граф.0.3**.

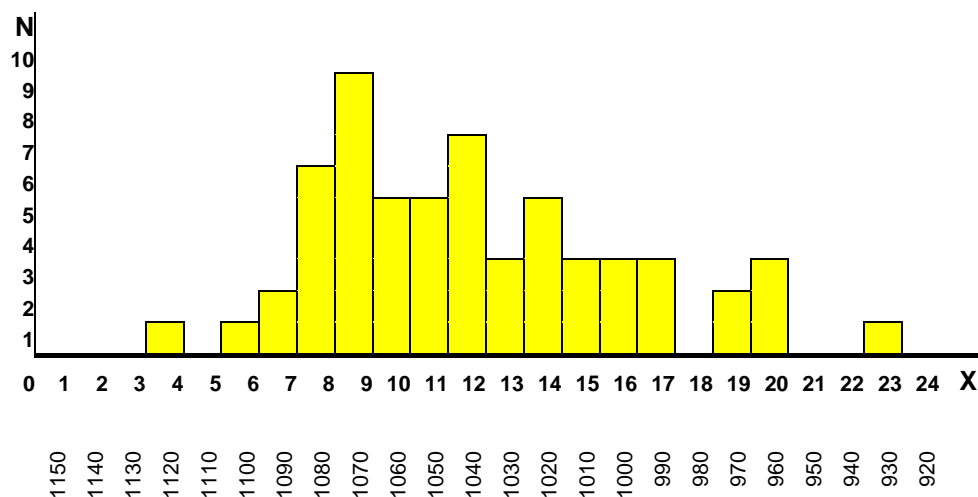


График 0.1
Выборка за 2007 год

Если в 2008 при $N = 144$ $\xi = 1050$ и $\xi_m = 1060$,
то в 2009 при $N = 140$ $\xi = 1058$ и $\xi_m = 1080$.

т.е. среднее арифметическое и мода на начальном этапе (при раздельном последовательном рассмотрении по годам) сдвинулись в сторону улучшения качества игры (повышение опыта). С другой стороны графики 2007-го, 2008-го и 2009-го годов имеют по 3 ярко выраженные моды:

в 2007	$\xi_{m1}=1070$,	$\xi_{m2}=1040$	и	$\xi_{m3}=960$	при	$N = 59$
в 2008	$\xi_{m1}=1060$,	$\xi_{m2}=1020$	и	$\xi_{m3}=970$	при	$N = 144$
в 2009	$\xi_{m1}=1080$,	$\xi_{m2}=1040$	и	$\xi_{m3}=970$	при	$N = 192$

и соответственно совместно за 3 года:

$\xi_{m1}=1080$, $\xi_{m2}=1040$ и $\xi_{m3}=970$ при $N = 400$

т.е. получается мультимодальное распределение и оно остаётся таким, независимо от способа группирования результатов выборки (**Таб.0.1** и **Граф.1.1**).

Сначала я подумал, что это случайность (недостаточная величина выборки), но потом обнаружилась чёткая закономерность, включающая и субъективный фактор. Каждую из этих выборок можно представить (разложить), как сумму трёх выборок.

Первая мода (самая большая) - это нормальный случай и мода с ростом опыта сдвигается

в сторону увеличения значений „X“.

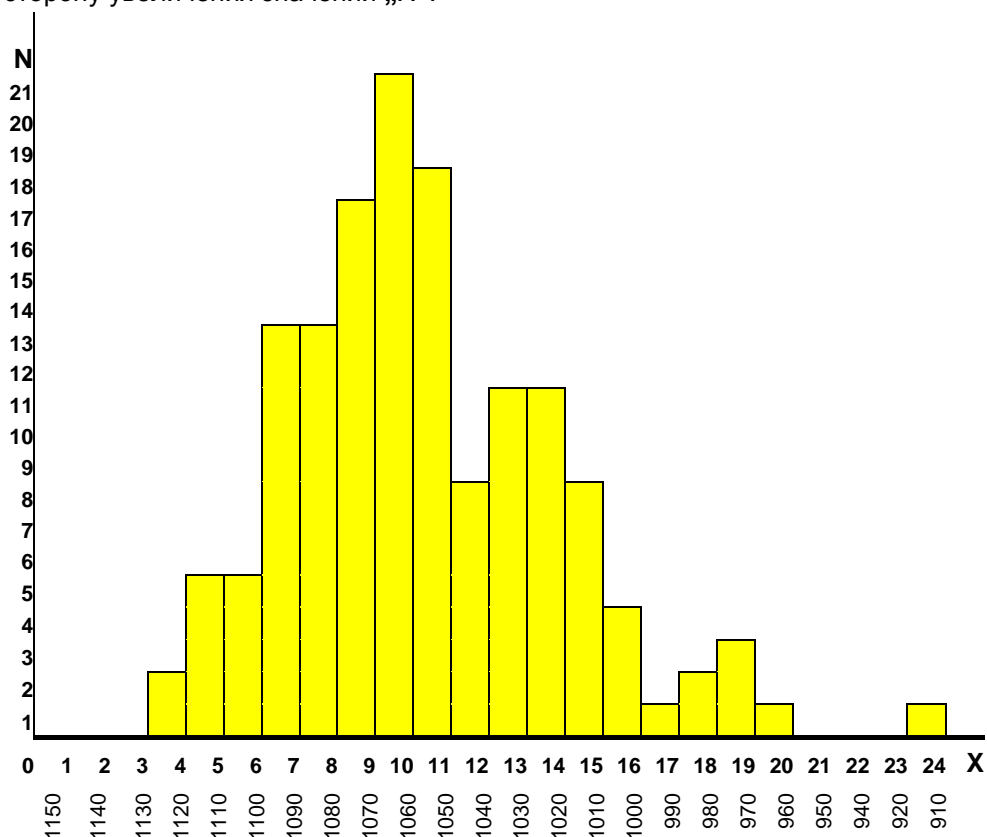


График 0.2
Выборка за 2008 год

Вторая мода отражает случаи, когда по субъективным причинам (усталость, рассеянность, появление выигравшей в пасьянсах средней степени сложности и т. д.) происходит дополнительная потеря очков.

Третья мода появляется с ростом квалификации, в связи с увеличением числа выигранных принципиально более сложных раскладов.

2-ая и 3-ая моды, с ростом опыта и объёма выборки, так же сдвигаются в сторону увеличения значений „X“, при этом математическое ожидание остаётся практически постоянным, за счёт увеличения разброса/дисперсии (появление более сложных выигрышей, соответственно с меньшим количеством набранных очков и более быстрые решения простых и средних раскладов, с получением большего количества очков).

При достаточно большом объёме выборки субъективный фактор в распределении уменьшается и оно от мультимодального стремится к унимодальному.

Как видно из **Графика 1.1**, наша выборка строго ограничена сверху (справа), т.к. max возможное (теоретически) количество очков, которое можно выиграть

$$X_{\max} = 100 \times 8 + 500 - 13 \times 8 = 1196,$$

практически же

$$X < 1130.$$

Слева размер выигрыша может убывать до „0“, т.е. практически в бесконечность. В рассматриваемой выборке

$X > 910$.

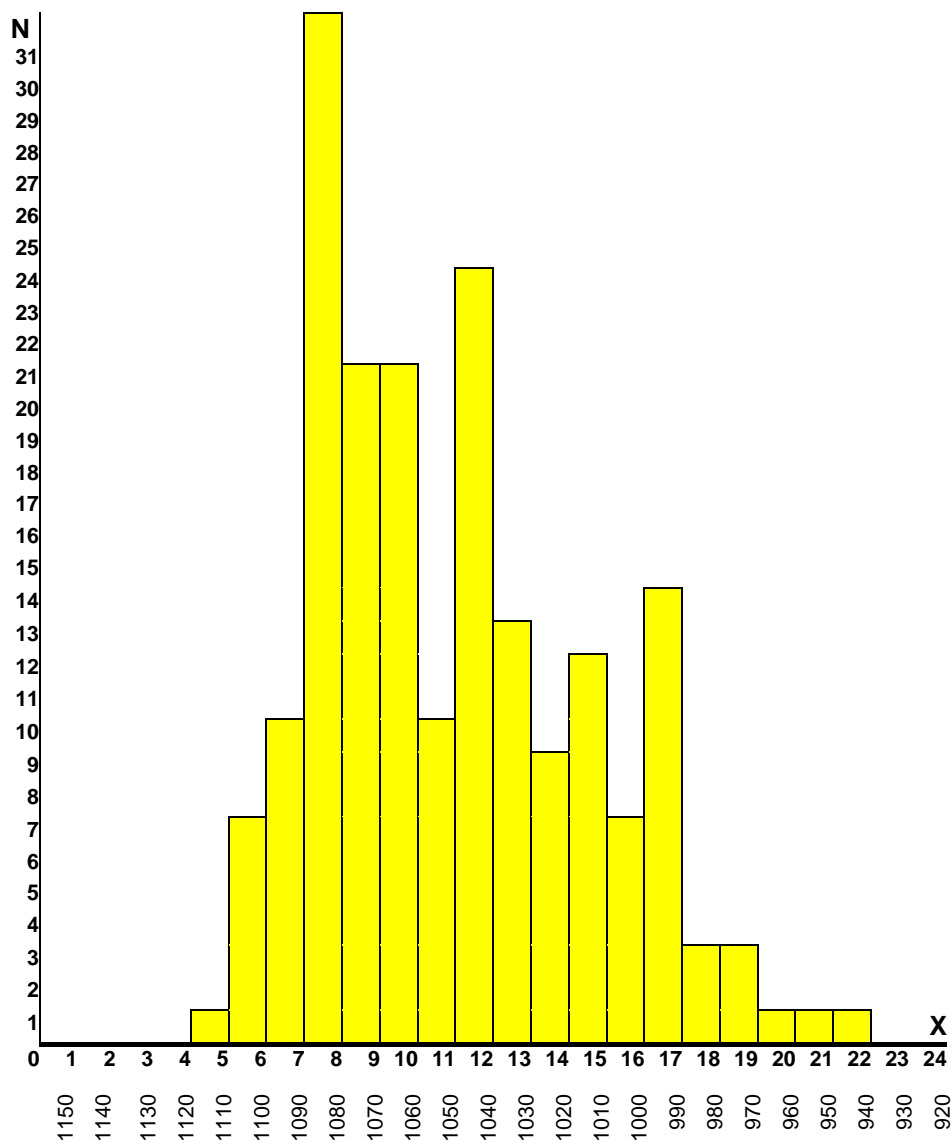


График 0.3
Выборка за 2009 год, вошедшая в расчёты

Т.о. прямое применение какой-либо функции-распределения к нашей выборке, затруднительно. Для облегчения визуального восприятия, мы зеркально развернём данные выборки относительно оси „Y“ (оси количеств выигрышей), приняв за „0“ по оси „X“ (оси величин выигрышей) значение „1150“, с последующим убыванием по „X“ до „920“ (читай до бесконечности) и от „0“ до бесконечности по „Y“.

Полученные данные при $N=400$) сведены в **Таблицу 1.4**.

Для удобства дальнейших расчётов:

-разделим интервал от 1150 до 920 на подинтервалы с шагом $s = 10$. Получим размах графика в $R = 24$ интервала

- округлим данные выигрышей (очки) в меньшую сторону до целых „10“

- сопоставим округлённые данные соответствующим интервалам

- примем шаг интервала $s = 1$

Т.о., если исходный параметр Z (величин выигрышей) изменялся в пределах (условно говоря)

$$1150 > Z > 920, \quad \text{с шагом} \quad s=1,$$

z_i	x_i	N	2007	2008	2009
1150	1	0	0	0	0
1140	2	0	0	0	0
1130	3	0	0	0	0
1120	4	5	1	2	0
1110	5	7	0	5	1
1100	6	13	1	5	7
1090	7	25	2	13	10
1080	8	51	6	13	32
1070	9	47	9	17	21
1060	10	47	5	21	21
1050	11	35	5	18	10
1040	12	40	7	9	24
1030	13	27	3	11	13
1020	14	25	5	11	9
1010	15	22	3	7	12
1000	16	14	3	4	7
990	17	18	3	1	14
980	18	5	0	2	3
970	19	8	2	3	3
960	20	5	3	1	1
950	21	2	0	0	2
940	22	2	0	0	2
930	23	1	1	0	0
920	24	1	0	1	0
			59	144	192

$\xi =$		12	11	11,5
$\xi_{m1} =$		9	10	8
$\xi_{m2} =$		12	14	12
$\xi_{m3} =$		20	19	17
$\sigma^2 =$		15,864	12,688	13,734
$\sigma =$		3,983	3,562	3,706

Таблица 0.1
Состав выборки вошедший в расчёты
по аппроксимации по годам

то новая переменная $X = (1150 - Z)/10$

имеет (размах $R=24$) и меняется в пределах

$$0 < X < 24, \text{ с шагом } s=1.$$

Полученные результаты см. в **Таб.1.2** и на **Граф.1.2**. Преобразованная выборка имеет:

$$\begin{array}{ll} \text{моду} & \xi_m = 8 \text{ (1080)} \quad \text{и} \\ \text{математическое ожидание} & \xi = 11 \text{ (1050)} \end{array}$$

Примем доверительный интервал $KI=15$ от 4 (1130) до 18 (970). В него не попали 19 значений, составляющие 5% (4,75%) от общей выборки $N = 400$.

При аппроксимации важными условиями являются:

- совпадение центров распределений, т.е. математических ожиданий и
- совпадение площадей под аппроксимирующей функцией распределения и под экспериментальной выборкой. Площади должны максимально совпадать (перекрываться), при равных объемах выборок.

Аппроксимацию можно считать очень удачной, если перекрытие составляет 95%. Введём нормирующий множитель "С", для приведения ФПВ к объёму выборки.

$$(0.2) \quad L = CA f(x)$$

Будем считать:

- что карты в колоде всегда распределены случайным образом (хотя в общем случае это неверно, т.к. процесс распределения для РС описывается вполне конкретной формулой и следовательно существует корреляция/взаимосвязь).
- мы имеем унимодальное распределение.

1.1 Выборка

Любое одномерное распределение плотностей вероятностей однозначно определяется своими начальными и центральными моментами которые рассчитываются по формулам :

начальные моменты [Л2, стр.547, §18.3-7, ф.18.3-17]

$$(1.1) \quad \alpha_k = \sum_{i=1}^K x_i^k A p_i(x) \quad \text{и}$$

центральные моменты [Л2, стр.547, §18.3-7, ф.18.3-18]

$$(1.2) \quad \mu_k = \sum_{i=1}^K (x_i - \xi)^k A p_i(x) \quad ,$$

если все они существуют (для нашего случая они существуют) и сходится ряд

$$(1.3) \quad \sum_{K=0}^{\infty} |\alpha_k|^k / k! \quad , \quad \text{где } f = s^k$$

параметр „ s “ принимаем „= 1“ априори.

Интервал у нас конечный ($K=24$) и показательная функция (ф.1.1) растёт медленней функции факториал, т.о. значения членов ряда (ф.1.3) стремятся к „0“, при „ $K \rightarrow \infty$ “ и ряд

сходится.

В некоторых источниках приводятся, так же абсолютные моменты ([Л3], стр.29, §1.6.3) или абсолютные центральные моменты ([Л4], стр.88, §3.3):

$$(1.4) \quad \mu_{|k|} = \sum_{i=1}^N |x_i - \xi|^k A p_i(x)$$

Статистические моменты выборки приведены в **Таблице 1.1**.

Для любой сатистической выборки важными являются следующие характеристики:

- Характеристика положения,
- Характеристика рассеяния,
- Характеристики асимметрии и эксцесса.

Характеристики положения

Математическое ожедание [Л3, стр.27, §1.6.2]

$$(1.5) \quad \xi = \sum_{i=1}^N (n_i / N) A x_i = \sum_{i=1}^N (p_i A x_i)$$

Мода (значение выборки в точке **max** плотности)

$$(1.6) \quad \xi_m = x_j \quad \text{при} \quad \max (n_i / N)$$

моменты начальные	P(x_i)	ξ			
	a₀	a₁	a₂	a₃	a₄
	1	11,13	140,94	1933,6	28786
моменты центральные	P(x_i)		D_ξ		
	m₀	m₁	m₂	m₃	m₄
	1	0	13,814	33,002	599,66
моменты абсолютные	P(x_i)	σ_a	D_ξ		
	m₍₀₎	m₍₁₎	m₍₂₎	m₍₃₎	m₍₄₎
	1	0	13,814	82,7978	599,66

Таблица 1.1
Моментов выборки

Характеристики рассеяния

Среднее абсолютное отклонение

$$(1.7) \quad \sigma_a = \sum_{i=1}^N p_i A |x_i - \xi|$$

Дисперсия ([Л3], стр.29, §15.6.4)

(1.8a)

$$D_{\xi} = \sum_{i=1}^N p_i A x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N p_i A x_i \right)^2$$

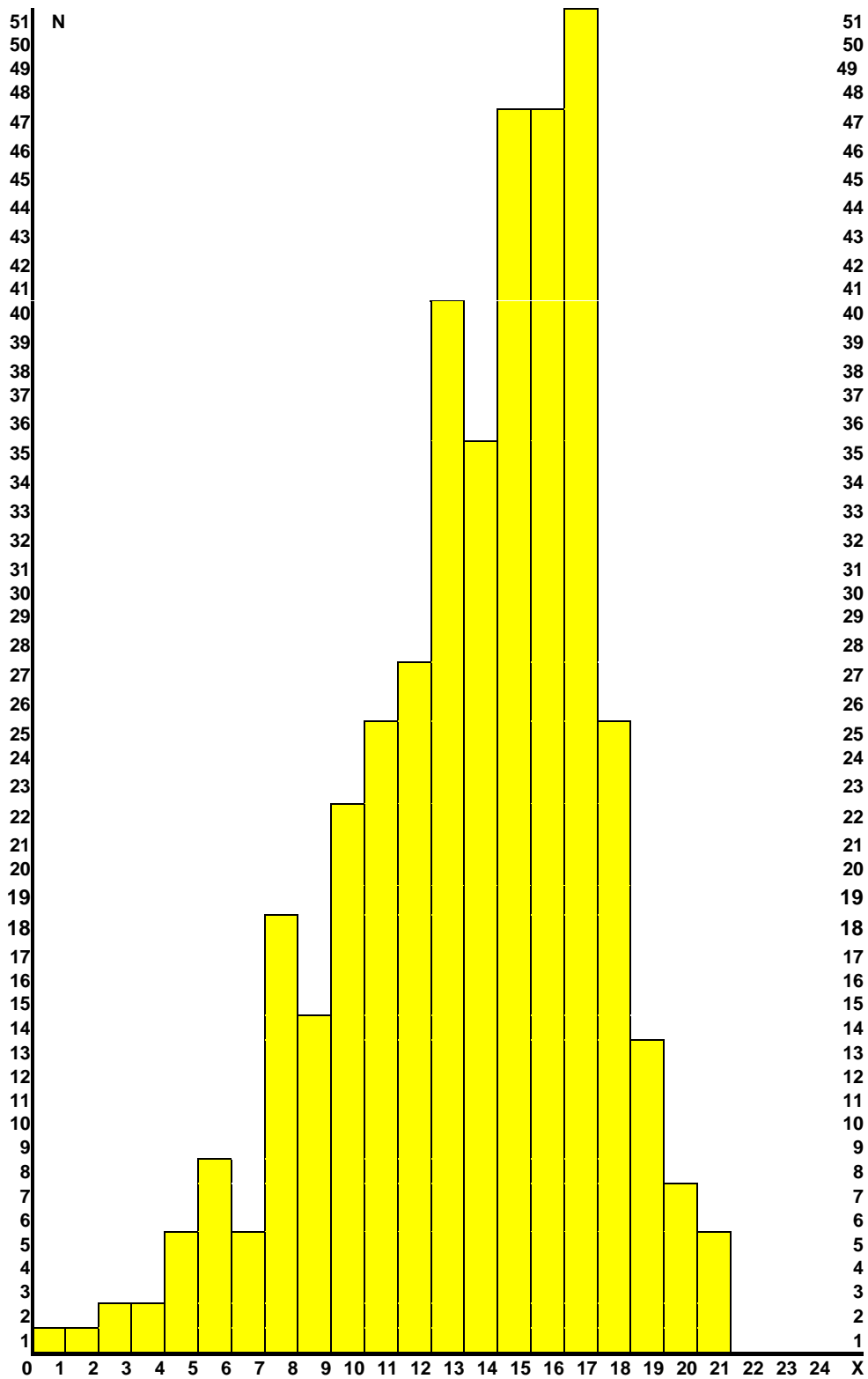


График 1.1
Выборка оригинальная при N = 400

[Л1, стр.152, § 5.2.2, ф.5.14]

$$(1.8b) \quad D_{\xi} = \sum_{i=1}^N p_i A |x_i - \xi|^2$$

Дальнейшие расчёты будут производиться по формуле (1.8b)

Среднеквадротичное отклонение (стандарт)

$$(1.9) \quad \sigma = \sqrt{D_{\xi}}$$

Коэффициент вариации ([Л.1], стр.72, §3.3.2.1, ф.3.20)

$$(1.10) \quad K_v = \sigma/\xi$$

Размах

$$(1.11) \quad R = X_{\max} - X_{\min}$$

Характеристики асимметрии и эксцесса

Коэффициент асимметрии ([Л.1], стр.154, ф. 5.21)

$$(1.12) \quad \gamma_1 = [\sum (p_i A |x_i - \xi|^3)] / \sigma^3$$

Коэффициент эксцесса (выпуклость, кривезна) ([Л.1], стр.155, ф. 5.22)

$$(1.13) \quad \gamma_2 = [\sum (p_i A |x_i - \xi|^4)] / \sigma^4 - 3$$

Пирсоновская мера асимметрии ([Л.2], стр.545, §18.3-3.)

$$(1.14) \quad \& = (\xi - \xi_m) / \sigma$$

Основные статистические характеристики выборки (дисперсия, мат. ожидание и т.д.) приведены в **Таблице 1.2** .

ξ	ξ_m	D_{ξ}	σ	K_v	σ_a	R	KI	γ_1	γ_2	$\&$
11	8	13,81	3,72	0,338	2,96	24	15	0,643	0,14	0,81

Таблица 1.2
Основные статистические характеристики выборки

Согласно ([Л.1], стр.156), характеристики асимметрии и эксцесса можно интерпретировать следующим образом, если

$\gamma_1 > 0$ - левосторонняя крутизна (слево изгиб круче, чем справа),

$\gamma_1 = 0$ - симметричное распределение,

$\gamma_1 < 0$ - правосторонняя крутизна (справа изгиб круче, чем слева),

$\gamma_2 < 0$ - слабо выпуклая кривзна „бугор“ (слабая вогнутость),

$\gamma_2 = 0$ - срене выпуклая кривзна „бугор“,

$\gamma_2 > 0$ - сильно выпуклая кривзна „бугор“,

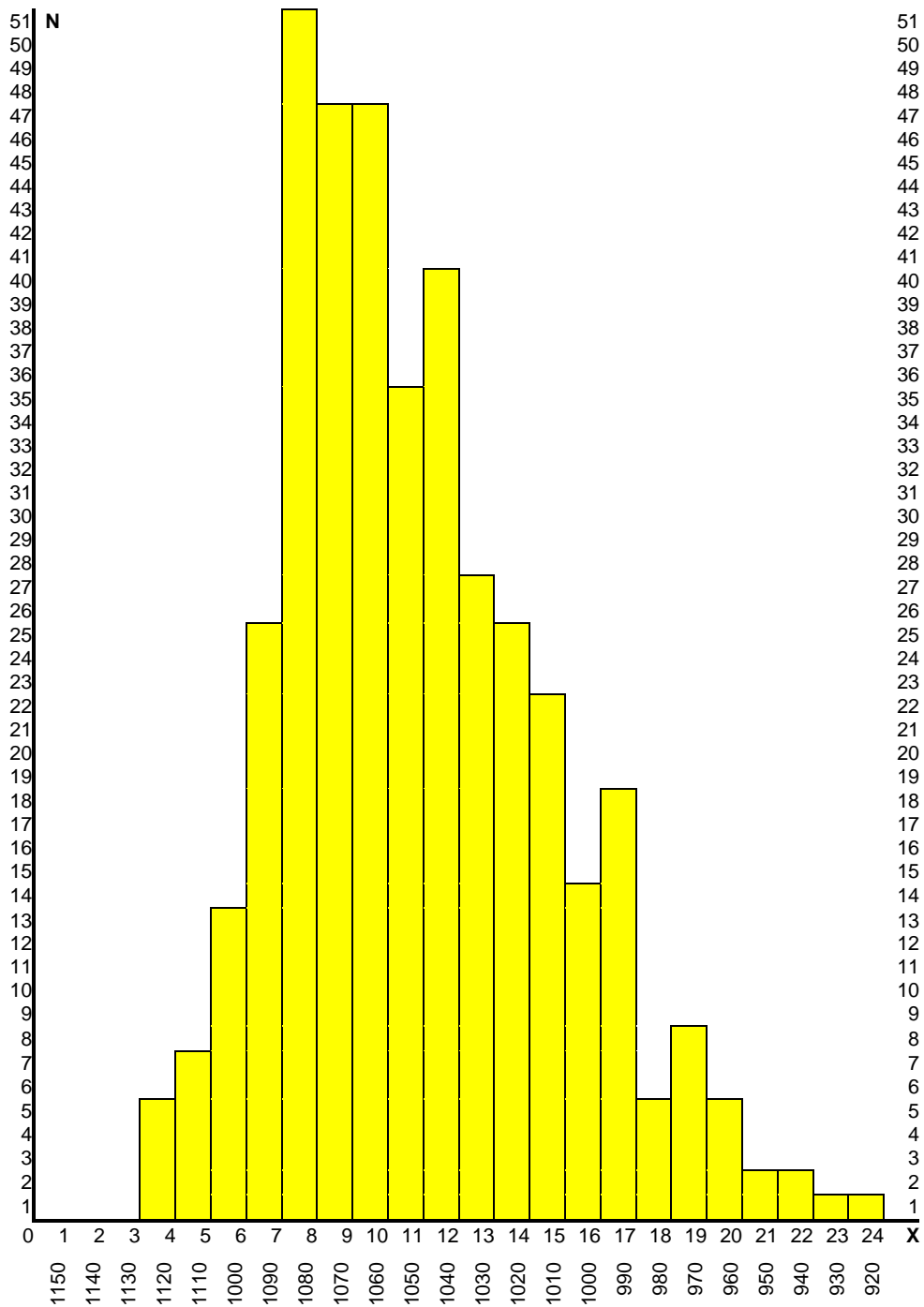


График 1.2
Выборка развёрнутая зеркально

В нашем случае

$\xi_m = 8 > 0$; $\xi = 11 > 0 \Rightarrow$ $\xi_m < \xi$ и $\gamma_1 = 0,643 > 0$,

т.е. левосторонняя крутизна. Заметим так же, что коэффициент вариаций у нас равен

$$Kv = 3,72/11 = 0,338,$$

а согласно [Л1] (стр.205), при $Kv > 0,33$, оптимальным аппроксимирующим распределением для выборки является логнормальное распределение вероятностей (ЛНРВ).

1.2 Аппроксимация Логнормальным распределением (ЛНРВ)

Функция плотности логнормального распределения вероятностей имеет вид (см. [Л.1], стр.206, ф.5.105 и [Л.3] стр.129, §6.3.14):

$$(2.1) \quad f(x) = (\lambda_A x_A \sqrt{2\pi})^{-1} A e^{-[\ln(x) - m]^2 / 2\lambda^2} \quad \text{при} \quad x > 0$$

и

$$f(x) < 0 \quad \text{при} \quad x \leq 0$$

Характеристики положения

Математическое ожидание ([Л.1], стр.206, ф.5.106)

$$(2.2) \quad \xi = \exp(m + 0,5 \lambda^2)$$

Мода ([Л.1], стр.206, ф.5.106)

$$(2.3) \quad \xi_m = \exp(m - \lambda^2)$$

Характеристики рассеяния

Характеристические моменты ([Л.3], стр.129)

$$(2.4) \quad M_\xi^k = \exp\{0,5k^2 \lambda^2 + km\}$$

Дисперсия ([Л.3], стр.129)

$$(2.5) \quad D_\xi = \exp(\lambda^2 + 2m) \cdot [\exp(\lambda^2) - 1]$$

Среднеквадратичное отклонение (стандарт)

$$(2.6) \quad \sigma = \sqrt{D_\xi}$$

Среднее абсолютное отклонение

$$(1.6) \quad \sigma_a = \sum_{i=1}^N p_i \cdot |x_i - \xi|$$

Коэффициент вариации

$$(1.9) \quad Kv = \sigma / \xi$$

Характеристики асимметрии эксцесса

Коэффициент асимметрии [Л.3, стр.129]

$$(2.7) \quad \gamma_1 = [\exp(\lambda^2)+2] \cdot [\exp(\lambda^2) - 1]^{0,5}$$

Коэффициент эксцесса ([Л.3], стр.129)

$$(2.8) \quad \gamma_2 = \exp(4\lambda^2) + 2\exp(3\lambda^2) + 3\exp(2\lambda^2) - 6$$

где „m“ и „λ“ - параметры распределения.

Пирсоновская мера асимметрии [Л.2, стр.545]

$$(1.13) \quad \& = (\xi - \xi_m) / \sigma$$

ЛНРВ на интервале от 0 до 24 при шаге 1 имеет довольно малые значения. В нашем случае абсолютная величина интервала не принципиальна, а важно только количество интервалов.

Рассмотрим один из возможных вариантов аппроксимации, приведём объём выборки к ЛНРВ. Для этого введём масштаб для компонентов выборки и за начало отсчёта примем $X = 0,4$, а шаг $s = 0,2$, при общем количестве интервалов $R = 24$;

Результаты вычислений параметров распределения приведены в Таб. 2.1. В полном интервале „VI“ осталось не перекрытыми 29 случаев. Это составляет около 7,0 %,

т.е. коэффициент перекрытия $\varepsilon = 92,75\%$.

а в доверительном интервале „KI“ $\varepsilon = 93,18\%$.

Результаты очень хорошие, но с другой стороны в 4-том интервале выборка имеет значение „5“, а ЛНРВ только „2“, а при нашей постановке задачи, сжатие в эту сторону (слева), в отличие от сжатия справа, не допустимо.

$\lambda=0,3$, $m=0,85$, $\xi=2,4355$ (11), $\xi_m = 2,2$ (10), и $C = 80,3$.

Реальная выборка имеет на много более крутой подъём слева и более плавный спуск справа. И даже корректировка выборки, сдвиг всплесков/„мод-пиков“ в 12-том, 17-том и 19-том интервалах вправо, не даёт практического улучшения результата аппроксимации.

В полном интервале коэффициент перекрытия $\varepsilon = 93,50\%$.

В доверительном интервале „KI“ $\varepsilon = 93,44\%$.

	ξ	ξ_m	D_ξ	σ	γ_1	γ_2	$\&$	Kv	σ_a	KI	R
Ln	2,436 (11)	2,2 (10)	0,52 (13)	0,721 (3,60)			0,327	0,296	0,57 (2,85)	15	24
Ln _t	2,447	2,138	0,564	0,751	0,95	1,645	0,412	0,307		15	24
N	11	8	13,81	3,72	0,643	0,14	0,81	0,338	2,96	15	24

Таблица 2.1
Основные параметры логнормального распределения

L_n - теоретические данные, которые должны были бы получиться при отсутствии округлений значений ФРВ, в соответствии с выше приведёнными формулами. Разница (ошибка):

в математическом ожидании составляет $\Delta_{\xi} = 2,81\%$,
 в среднеквадратичном отклонении $\Delta_{\sigma} = 4,18\%$,
 в коэффициенте вариации $\Delta_{kv} = 3,68\%$,
 в Пирсоновской мере асимметрии $\Delta_{\&} = 25,97\%$.

Вариант 2

- за начало отсчёта примем $X = 0,16$ и шаг $s = 0,32$ при общем количестве интервалов $R = 24$; $\lambda = 0,37$; $m = 1,04$; $\xi = 3,03$ (10); $\xi_m = 2,47$ (8); и $C = 128$.

Тогда в полном интервале коэффициент перекрытия $\varepsilon = 84,25\%$.

В доверительном интервале „KI“ $\varepsilon = 85,83\%$.

Математическое ожидание сдвинуто на 1 шаг влево $\xi = 10$, моды - совпадают. Это как бы теоретический (гепотетический) вид распределения выигрышей при принятии ЛНРВ за основу и отсутствие субъективного фактора. Теоретически субъективным фактором можно пренебречь при $N \rightarrow \infty$???, но практически его нужно учитывать всегда.

В **Таблице 2.2** и на **Графике 2.1** дано сравнение аппроксимации ЛНР-ем Вероятности (L_n) с выборкой (n_i) по 1-му варианту.

В **Таб. 2.3** дан пример увеличения объёма выборки при аппроксимации ЛНРВ по 1-му варианту. Доверительный интервал увеличивается на 1 и его размах становится $R_K = 16$, он охватывает 95,62% выборки.

n_i	0	0	0	5	7	13	25	51	47	47	35	40	27	25	22	14	18	5	8	5	2	2	1	1	VI	KI	Вар.1
L_n	0	0	0	2	7	18	30	40	47	48	44	39	32	25	19	14	11	8	5	4	3	2	1	1			
Δ	0	0	0	3	0	0	0	11	0	0	0	1	0	0	3	0	7	0	3	1	0	0	0	0	29	25	

n_i	0	0	0	5	7	13	25	51	47	47	35	40	27	25	22	14	18	5	8	5	2	2	1	1			Вар.2
L_n	0	0	1	5	18	35	47	52	51	45	37	29	22	17	12	9	6	4	3	2	2	1	1	1			
Δ	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	11	5	8	10	5	12	1	5	3	0	1	0	0	0	63	54	

Таблица 2.2
Аппроксимация Логнормальным распределением (L_n)

n_i	0	0	0	5	8	15	29	54	51	50	42	50	34	33	31	16	22	8	10	7	8	2	2	2	479	VI	KI
L_n	0	0	0	2	9	21	36	49	56	57	53	46	38	30	23	17	13	9	7	5	3	2	2	1	479		
Δ	0	0	0	3	0	0	0	8	0	0	0	4	0	3	8	0	9	0	3	2	5	0	0	1		46	38
X_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Nr. интер.		

Таблица 2.3
Расширения аппроксимирующих распределений на большой объём выборки (N=479)

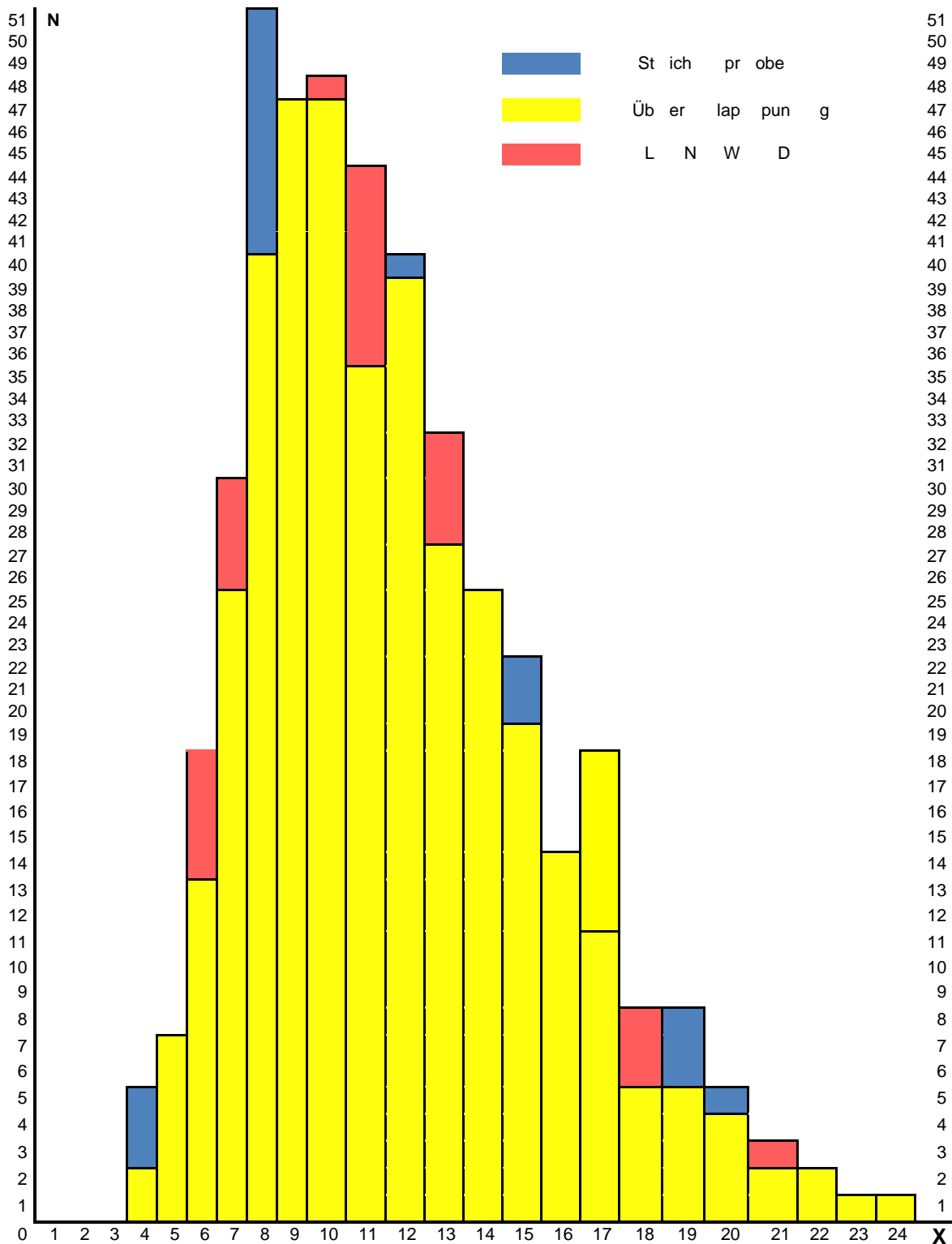


График 2.1
Логнормальное распределение

3. Динамика развития оригинальной выборки

Изменение параметров выборки с её ростом приведены в **Таблице 3.0**
 Происходит дальнейшее увеличение рассеяния, математическое ожидание (центр

тяжести) удаляется от моды, сдвинулось вправо, в сторону увеличения дисперсии, почти на 1, т.е. более чем на 5%. Как следствие, увеличивается коэффициента вариации K_v , т.е. выборка стремится к ЛНРВ.

При росте выборки увеличивается расхождение между ней и функцией, взятой для аппроксимации, т.е. уменьшается коэффициент перекрытия (ε). Оценка снижения качества аппроксимации приведена в **Таб. 3.1**. В таблице приведены так же сравнения по скорректированной выборке, где резкие всплески (моды) сдвинуты так, что б она была унимодальной (без всплесков).

В выборке появились 2 резких выпадения которые были исключены из расчётов.

N	ξ	ξ_m	D_ξ	σ	σ_a	R	K_v	ε
500	11,79 (12)	8	17,56	4,19	3,24	28	0,355 0,349	0,90 0,955
481	11,73 (12)	8	16,90	4,11	3,17	28	0,350 0,343	0,91 0,973
400	11,13 (11)	8	13,81	3,72	2,96	24	0,334 0,338	0,84 0,806

Таблица 3.0
Изменение параметров Выборки
с ростом её объёма

Рост выборки на 19,75% по варианту 1, даёт ухудшение перекрытия

в полном интервале на - 1,73%
в доверительном интервале на - 1,12%.

Рост выборки на 19,75% по варианту 2, также даёт ухудшение перекрытия

в полном интервале на - 3,87%
в доверительном интервале на - 3,52%

Корректированная выборка (вариант 1) при увеличении её объёма в доверительном интервале имеет улучшение качества аппроксимации на 0,25%.

Это связано с тем, что сравнительно небольшое увеличение выборки даёт непредсказуемые (случайные) данные, в то время, как ЛНРВ строго определена своими параметрами.

4. Заключение

Ещё одним очень интересным параметром выборки является соотношение количества выигрышей и проигрышей. Число наблюдаемых проигрышей „ T_v “ между двумя соседними случаями выборки (выигрышами) приведено в **Таб. 4.1**.

Математическое ожидание числа наблюдаемых проигрышей „ T_n “ между двумя соседними случаями выборки (выигрышами) за $N=106$ последних выигрышей

$$\xi_t = 4,86$$

Среднее арифметическое $\mu_t = 3,60$
Мода $\xi_{mt} = 2$
Средняя вероятность выигрышей $p_{cp} = 17,12\%$

Выборка N		Вариант 2			Вариант 1		
корректир.	оригинал.	ЛНРВ	Δорег	Δкорег	ЛНРВ	Δорег	Δкорег
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
5	5	6	0	0	2	3	3
8	8	22	0	0	9	0	0
15	15	41	0	0	21	0	0
29	29	56	0	0	36	0	0
54	54	62	0	0	49	5	5
51	51	61	0	0	56	0	0
50	50	53	0	0	57	0	0
50	42	44	0	6	53	0	0
42	50	35	15	7	46	4	0
34	34	27	7	7	38	0	0
33	33	20	13	13	30	3	3
31	31	15	16	16	23	8	8
22	16	11	7	11	17	0	5
16	22	8	14	8	13	9	3
10	8	5	3	5	9	0	1
8	10	4	6	4	7	3	1
8	7	3	4	5	5	2	3
7	8	2	6	5	3	5	2
2	2	1	1	1	2	0	0
2	2	1	1	1	2	0	0
2	2	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
(2)	(2)	0	0	0	0	0	0
479	479	479	94	90	479	43	35
(481)	(481)		81	77		35	29
19,75%		$\epsilon_{VI} =$	80,38%	81,21%	$\epsilon_{VI} =$	91,02%	92,69%
(20,05%)		$\epsilon_{KI} =$	82,31%	83,19%	$\epsilon_{KI} =$	92,36%	93,67%
	(N = 400)	$\Delta_{VI} =$	63			29	
	"	$\Delta_{KI} =$	54			25	
	"	$\epsilon_{VI} =$	84,25%	- 3,87%		93,50%	- 1,73%
	"	$\epsilon_{KI} =$	85,83%	- 3,52%		93,44%	- 1,12%

Таблица 3.1
Динамика изменения качества аппроксимации (ϵ)
ЛНРВ при реальном росте выборки

Математическое ожидание числа наблюдаемых проигрышей „Тп“ между двумя соседними случаями выборки (выигрышами) за N= 479 выигрышей

Мода
Средняя вероятность выигрышей

$$\mu_t = 8,2$$

$$\xi_t = 2$$

$$\rho_{cp} = 9,85\%$$

Процент	Интервал	Количество	Интервал	Количество
bis 3%	25 - 29	2	25 - 29	2
bis 4%	20 - 24	0	20 - 24	0
bis 5%	15 - 19	2	15 - 19	5
bis 7%	10 - 14	10	10 - 14	12
bis 10%	5 - 9	18	5 - 9	23
bis 20%	0 - 4	36	0 - 4	64
		68		106

Таблица 4.1
Число наблюдаемых проигрышей „Т“ между
двумя соседними случаями выборки
(выигрышами)

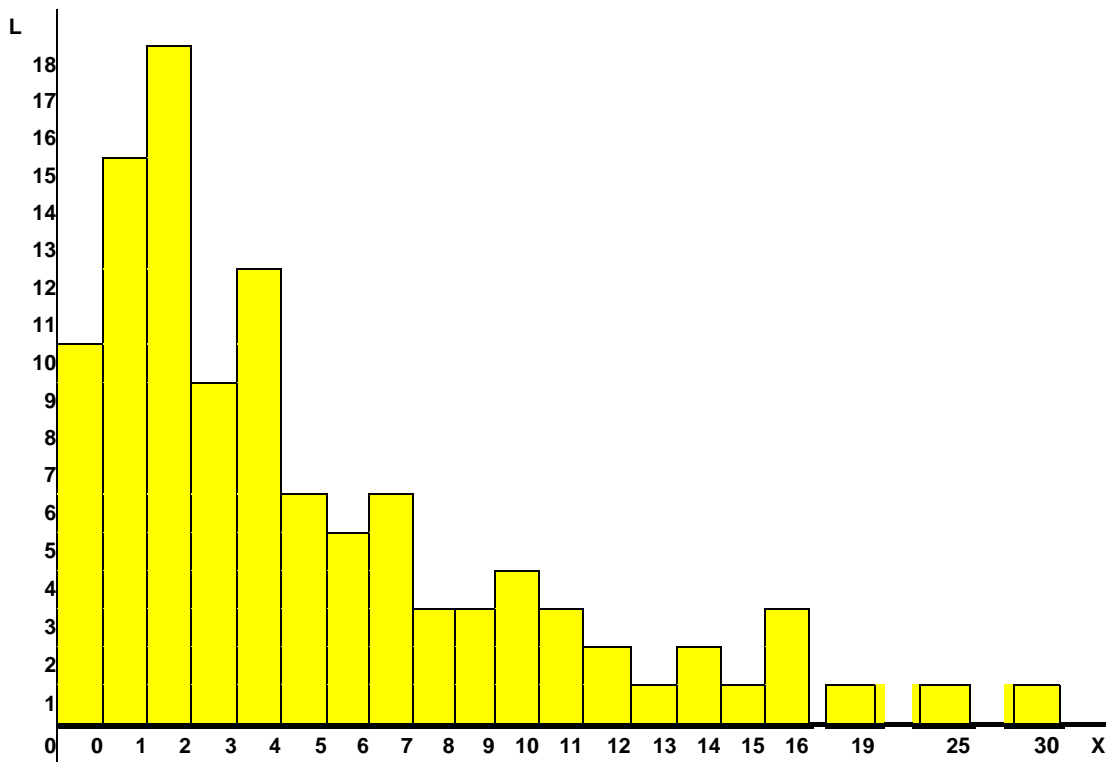


График 4.1
число наблюдений „Т“ (проигрышей) между
двумя соседними случаями выборки „N“
(выигрышами) за 106 последних выигрышей

Т.е. выигрывается в среднем каждая 10 игра, при этом средняя величина выигрыша 1050 (11) составляет 87,79% от максимально возможной $Z_{max} = 1196$ и появляется с вероятностью $P_x = 7,28\%$.

Максимальный, полученный в выборке (при $N = 479$), выигрыш $Z = 1120$, что

составляет 93,65% от максимально возможного и имеет вероятность $P_{\max} = 1,04\%$.

Минимальный выигрыш (при $N= 481$) $Z_{\min}= 860$ составил 71,91% от максимально возможного.

Число выигрышей, превосходящих моду (амплитуду) составляет 10,4% от всех выигрышей и соответственно вероятность появления 10,3% .

На **Граф. 4.1** показано распределение числа наблюдений „Тп“ (проигрышей) между двумя соседними случаями выборки „N“ (выигрышами). Оно имеет тоже ярко выраженную асимметрию и может аппроксимироваться Логнормальным-распределением. Параметры выборки проигрышей между $N=145$ последними выигрышами приведены в **Таблице 4.2**. Как видно с повышением квалификации стандартное рассеяние и Пирсоновская мера асимметрии уменьшаются, так же уменьшается и математическое ожидание числа наблюдаемых проигрышей ξ_v .

N	D	Dx	Kv	&	σ	ξ_v
106	3	27,981	0,851	0,608	5,29	6,22
145	3	27,717	0,895	0,548	5,265	5,88

Таблица 4.2
Основные характеристики выборки проигрышей

Литература

1. L.Sachs u. J.Hedderich "Angewandte Statistik", Springer, Berlin 2006
2. Г.А.Корн и Т.М.Корн "Справочник по математике", Изд. Наука, М., 1977
- 2a. G.A.Korn & T.M.Korn "Mathematical handbuch", McGraw-Hill BC, New York, 1968
3. В.С.Королук и др. "Справочник по теории вероятностей и математической статистике " Изд., Наука, М., 1985
4. А.Н.Ширяев "Вероятность" Изд. Наука, М., 1980
5. С.Уилкс "Математическая статистика " Изд. Наука, М., 1967
6. С.А.Смоляк "Устойчивые методы оценивания" Изд. Статистика, М. 1980